

Kontrol *Tracking Fuzzy* Menggunakan Model *Following* untuk Sistem Pendulum Kereta

Jimmy Hennya Satya Putra, Trihastuti Agustinah
Teknik Elektro, Fakultas Teknologi Industri, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)
Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111 Indonesia
e-mail: trihastuti@elect-eng.its.ac.id, onehopecanhel@gmail.com

Abstrak—Sistem pendulum kereta memiliki karakteristik yang tidak stabil dan nonlinear. Pada makalah ini membahas tentang kontrol *tracking* dengan menggunakan struktur kontrol berbasis model *following*. Permasalahan dalam desain struktur kontrol *tracking* pada sistem pendulum kereta ini adalah bagaimana membuat posisi kereta dapat mengikuti sinyal referensi dengan tetap mempertahankan batang pendulum pada posisi *equilibrium*-nya yaitu pada sudut nol radian. Model nonlinear dari sistem pendulum kereta direpresentasikan sebagai model *fuzzy Takagi-Sugeno*. Berdasarkan model tersebut, aturan *kontroler* disusun menggunakan konsep *Parallel Distributed Compensation (PDC)* berbasis teknik kontrol optimal. Hasil simulasi dan implementasi menunjukkan bahwa posisi kereta dapat mengikuti sinyal referensi tanpa adanya beda fasa antara respon posisi kereta terhadap sinyal referensi. Sinyal referensi *sinus* memberikan performansi *tracking* terbaik, dengan *Integral Absolute Error (IAE)* terkecil diantara sinyal referensi lain, yaitu pada simulasi sebesar 0,2622 dan pada implementasi sebesar 0,8477

Kata Kunci—Sistem pendulum kereta, *fuzzy Takagi-Sugeno*, *Tracking*

I. PENDAHULUAN

Dalam perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi di kehidupan sehari-hari. Sistem pendulum kereta merupakan suatu sistem yang sangat penting dalam penelitian di bidang kontrol. Berbagai teori metode kontrol banyak diuji, dibandingkan melalui pengujian terhadap sistem pendulum kereta. Hal ini dikarenakan sistem pendulum kereta merupakan sistem nonlinear yang kompleks dan tidak stabil serta dapat dilinearkan di sekitar titik keseimbangan. Sistem seperti ini dapat ditemukan pada robot *humanoid* dan alat transportasi *segway*.

Permasalahan kontrol yang biasa terdapat pada sistem pendulum kereta [1], dan [2] adalah *swing-up*, stabilisasi, dan *tracking*. *Swing-up* merupakan upaya yang dilakukan untuk mengayunkan batang pendulum dari posisi menggantung ke posisi berbalik. Stabilisasi merupakan upaya untuk mempertahankan kestabilan batang pendulum pada posisi terbalik. Sedangkan *tracking* merupakan upaya untuk mengontrol kereta agar bergerak mengikuti sinyal referensi dan tetap melakukan stabilisasi.

Permasalahan yang akan diselesaikan adalah *tracking*. Mengacu pada yakni penyelesaian yang dilakukan dengan merancang *kontroler* berbasis *fuzzy*. Penggunaan *kontroler fuzzy* dipilih karena memiliki perhitungan matematis yang

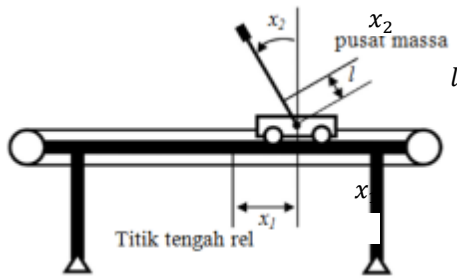
sederhana. selanjutnya dilakukan stabilisasi sistem pendulum kereta di sekitar titik *equilibrium*nya.

Perilaku nonlinear sistem pendulum kereta dapat direpresentasikan dengan menggunakan model *fuzzy*. Langkah awal yang perlu dilakukan adalah merepresentasikan *plant* lokal yang dinamis dari perbedaan daerah titik kerja ke model linear. Kemudian dibuat model dan aturan *fuzzy* yang sesuai untuk dapat melakukan kontrol *tracking* pada sistem pendulum kereta dengan metode *fuzzy* menggunakan model *following* agar sistem pendulum kereta mampu bergerak mengikuti sinyal referensi dengan tetap mempertahankan batang pendulum dalam posisi terbalik.

Pada [1] struktur kontrol *tracking* dengan LQT (*Linear Quadratic Tracking*) menggunakan model referensi untuk memodelkan sinyal referensinya. Dan pada riset tersebut menggunakan tiga sinyal referensi dalam pengujian secara simulasi dan implementasi. Dan pada [2] juga dikembangkan kontrol *tracking* menggunakan struktur kontrol *servo* tipe 1 tanpa integrator dengan menggunakan sinyal referensi *step* untuk sistem pendulum beroda dua.

II. MODEL MATEMATIKA

Sistem pendulum kereta terdiri dari dua bagian utama yaitu, kereta dan pendulum. Pemodelan sistem dengan kontrol matematis diperoleh berdasarkan dinamika dari dua bagian utama sistem tersebut. Dengan melihat model dari sistem pendulum kereta pada Gambar 1, seorang perancang sistem kontrol dapat mengetahui gaya-gaya yang bekerja pada sistem pendulum kereta. Karena dalam membuat pemodelan suatu *plant* dapat dilakukan dengan dua cara yaitu dengan pemodelan secara hukum fisika (Hukum *Newton II*) dan pemodelan secara matematis dengan menggunakan metode-metode pemodelan *plant* yang statis contohnya metode *Viteckova*, *Latzel*, dan untuk *plant* yang dinamis contohnya metode *ARMA (Auto Regressive Moving Average)*. Pada sistem pendulum kereta, kereta hanya dapat bergerak ke kiri atau ke kanan (bidang horizontal), dan untuk pendulum yang menempel pada kereta bergerak secara rotasi (bidang vertikal). Sistem pendulum kereta memiliki empat state yaitu x_1 , x_2 , x_3 dan x_4 . Dengan x_1 adalah posisi kereta (jarak terhadap pusat lintasan), x_2 adalah jarak sudut antara vertikal tegak dengan jatuhnya posisi batang pendulum, x_3 adalah kecepatan kereta dan x_4 adalah kecepatan sudut batang pendulum.



Gambar 1 Diagram Fisik Sistem Pendulum Kereta [3]

Model matematika dalam bentuk persamaan *state* dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\dot{x}_1 = x_3$$

$$\dot{x}_2 = x_4$$

a

dari sistem pendulum kereta sehingga dapat mengikuti sinyal referensi yang diberikan sekaligus menjaga keseimbangan batang pendulum dari sistem tersebut supaya tetap pada posisi terbalik.

Model matematis sistem pendulum kereta yang linear memiliki parameter-parameter pada matriks **A** dan **B** pada tiap model *plant* dengan 3 titik kerja berbeda,

Untuk titik kerja pertama:

$\mathbf{x} = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ dan $u = 0$ diperoleh:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0,2524 & 0 & -0,0001 \\ 0 & 15,0319 & 0 & -0,0079 \end{bmatrix}; \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,8272 \\ 1,2370 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Untuk titik kerja kedua:

$\mathbf{x} = [0 \ \pm 0,3 \ 0 \ 0]^T$ dan $u = 0$ diperoleh:

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0,2068 & 0 & -0,0001 \\ 0 & 14,2640 & 0 & -0,0079 \end{bmatrix}; \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,8254 \\ 1,1791 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Untuk titik kerja ketiga:

$\mathbf{x} = [0 \ \pm 0,5 \ 0 \ 0]^T$ dan $u = 0$ diperoleh:

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0,1333 & 0 & -0,0001 \\ 0 & 12,9598 & 0 & -0,0079 \end{bmatrix}; \mathbf{B}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,8224 \\ 1,0792 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Matriks keluaran untuk ketiga titik operasi tersebut adalah sebagai berikut:

$$\mathbf{C}_1 = \mathbf{C}_2 = \mathbf{C}_3 = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 &= \frac{a(u - T_c - \mu x_4^2 \sin x_2) + l \cos x_2 (\mu g \sin x_2 - f_p x_4)}{J + \mu l \sin^2 x_2} \\ \dot{x}_4 &= \frac{l \cos x_2 (u - T_c - \mu x_4^2 \sin x_2) + \mu g \sin x_2 - f_p x_4}{J + \mu l \sin^2 x_2} \end{aligned} \quad (1)$$

dengan:

$$a = l^2 + \frac{J}{m_c + m_p}$$

$$\mu = (m_c + m_p)l$$

III. KONTROL *TRACKING FUZZY* MENGGUNAKAN MODEL *FOLLOWING*

Kontrol *tracking fuzzy* dengan menggunakan model *following* dirancang untuk mengontrol posisi keret

Dari parameter-parameter matriks **A** dan **B** ini, maka dapat dibangun model *fuzzy* T-S untuk *plant* sistem pendulum kereta dengan *rule* sebagai berikut.

Aturan *plant* ke-1:

If $x_2 = M_1$ (Sekitar 0 radian)

Then $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_1 \mathbf{x} + \mathbf{B}_1 u$ (5)

$y = \mathbf{C}_1 \mathbf{x}$

Aturan *plant* ke-2:

If $x_2 = M_2$ ($\pm 0,3$ radian)

Then $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_2 \mathbf{x} + \mathbf{B}_2 u$ (6)

$y = \mathbf{C}_2 \mathbf{x}$

Aturan *plant* ke-3:

If $x_2 = M_3$ ($\pm 0,5$ radian)

Then $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_3 \mathbf{x} + \mathbf{B}_3 u$ (7)

$y = \mathbf{C}_3 \mathbf{x}$

Model *following* dirancang berdasarkan sinyal referensi. Dalam bentuk persamaan *state*, model sinyal tersebut dinyatakan dalam bentuk:

$$\dot{\mathbf{x}}_r = \mathbf{A}_r \mathbf{x}_r$$

$$y_r = \mathbf{C}_r \mathbf{x}_r \quad (8)$$

Jika dihubungkan dengan *plant* yang dikontrol dengan menganggap sinyal *tracking error* $e = r - y$ sebagai masukan dari model, maka akan diperoleh:

$$\dot{\mathbf{x}}_e = \mathbf{A}_e \mathbf{x}_e + \mathbf{B}_e e$$

$$y_r = \mathbf{x}_e \quad (9)$$

dengan

$\mathbf{A}_e =$ diagonal blok $\underbrace{\{\mathbf{A} \ \mathbf{A} \ \dots \ \mathbf{A}\}}_{total\ error}$, $\mathbf{B}_e =$ diagonal blok

$\underbrace{\{\mathbf{B} \ \mathbf{B} \ \dots \ \mathbf{B}\}}_{total\ error}$

A adalah matriks polinomial karakteristik dari sinyal referensi, misal, $\phi(s) = s^l + \alpha_{l-1}s^{l-1} + \dots + \alpha_1s + \alpha_0$, sehingga

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ \vdots & & I_{l-1} & \\ 0 & & & \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & \dots & -\alpha_{l-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Dari Gambar 2, bila model *following* seperti pada Persamaan (9) dan persamaan *state* dari *plant*

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \\ y &= \mathbf{C}\mathbf{x} \end{aligned} \quad (10)$$

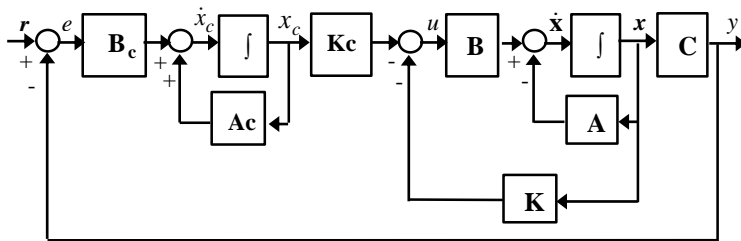
Maka dapat dibuat perluasan sistem dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{x}}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ -\mathbf{B}_c\mathbf{C} & \mathbf{A}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{B}_c \end{bmatrix} r \quad (11)$$

Dan sinyal kontrol

$$u = -[\mathbf{K} \quad \mathbf{K}_c] \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_c \end{bmatrix} \quad (12)$$

Dengan \mathbf{K} adalah *gain feedback* dan \mathbf{K}_c adalah *gain model following*.



Gambar 2. Sistem Kontrol Tracking Model Following

Sinyal referensi digunakan untuk melakukan *tracking* pada sistem pendulum kereta agar sudut dari pendulum kereta berada pada titik equilibriumnya. Sinyal referensi yang digunakan adalah penjumlahan sinyal *step* dan *sinus*. Penjumlahan sinyal referensi ini dibutuhkan agar memenuhi matriks perluasan sistem (*augmented system*). Sinyal referensi yang diberikan adalah berupa penjumlahan sinyal *step* dan sinyal *sinus* dengan amplitudo 0,1 m dan frekuensi 0,1 Hz. Dalam bentuk matematika sinyal referensi dapat dilihat pada Persamaan (13) berikut:

$$\mathbf{r}(t) = u(t) \quad (13)$$

Bentuk persamaan matematis untuk sinyal *sinus*, yaitu:

$$\mathbf{r}(t) = A \sin(2\pi f t) \quad (14)$$

Transformasi *Laplace* untuk sinyal *step* dan sinyal *sinus* adalah:

$$\mathcal{L}[u(s)] = \frac{1}{s} \quad (15)$$

dan

$$\mathcal{L}[\sin \omega t] = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \quad (16)$$

Setelah didapatkan bentuk *Laplace* dari sinyal *step* dan sinyal *sinus* maka akan diperoleh persamaan *Laplace* dari sinyal referensi pada Persamaan (9) berikut:

$$\mathcal{L}[\mathbf{r}(s)] = \frac{0,0628}{s^3 + 0,3948s} \quad (17)$$

Persamaan *state* model *following* pada Persamaan (9) dapat dibangun berdasarkan sinyal referensi tersebut dengan

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0,3948 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,0628 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Dari bentuk matriks perluasan sistem (*augmented system*) seperti pada Persamaan (11) dan (12) dapat dibentuk tiga subsistem lup tertutup untuk ketiga model linear sistem pendulum kereta sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & 0 \\ -\mathbf{B}_c\mathbf{C}_1 & \mathbf{A}_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ 0 \end{bmatrix} [\mathbf{K}_1 \quad \mathbf{K}_{c1}] \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_2 & 0 \\ -\mathbf{B}_c\mathbf{C}_2 & \mathbf{A}_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{B}_2 \\ 0 \end{bmatrix} [\mathbf{K}_2 \quad \mathbf{K}_{c2}] \quad (20)$$

dan

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_3 & 0 \\ -\mathbf{B}_c\mathbf{C}_3 & \mathbf{A}_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{B}_3 \\ 0 \end{bmatrix} [\mathbf{K}_3 \quad \mathbf{K}_{c3}] \quad (21)$$

Ketiga subsistem tersebut terdiri dari tujuh *state*, sehingga dibutuhkan penentuan tujuh nilai pada diagonal matriks pembobot \mathbf{Q} . Pada makalah ini, matriks \mathbf{Q} dan \mathbf{R} ditentukan dengan cara *trial and error* dengan syarat matriks merupakan matriks simetris semi definit positif untuk \mathbf{Q} dan matriks simetris definit positif untuk \mathbf{R} . Matriks \mathbf{Q} dan \mathbf{R} yang digunakan untuk tiga model linear pada makalah ini adalah:

$$\mathbf{Q}_1 = \text{diag}([5000 \quad 8000 \quad 1 \quad 100 \quad 9 \cdot 10^6 \quad 9 \cdot 10^6 \quad 9 \cdot 10^6])$$

$$\mathbf{R}_1 = 1 \quad (22)$$

Pada makalah ini, matriks \mathbf{K}_i dan \mathbf{K}_{ci} dihitung menggunakan bantuan program MATLAB dengan *syntax* *lqr* dengan nilai \mathbf{Q} dan \mathbf{R} sesuai dengan Persamaan (22) kemudian didapat:

$$\mathbf{K}_1 = [-408,4869 \quad 541,7836 \quad -174,4043 \quad 139,7173]$$

$$\mathbf{K}_{c1} = [3000 \quad 5,8591 \quad 9,2066]$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_2 &= [-414,1344 \quad 563,1131 \quad -178,7976 \quad 148,8645] \\ \mathbf{K}_{c2} &= [3000 \quad 5,8530 \quad 9,2618] \\ \mathbf{K}_3 &= [-425,1766 \quad 606,4374 \quad -187,5061 \quad 167,8159] \\ \mathbf{K}_{c3} &= [31623 \quad 5,8406 \quad 9,3684] \end{aligned} \quad (23)$$

Berdasarkan nilai dari *gain-gain* tersebut, dapat ditentukan aturan *kontroler* yang bersesuaian dengan aturan *plant* pada Persamaan (24) sampai (26) sebagai berikut.

Aturan *Kontroler* ke-1:

If $x_2 = M_1$ (Sekitar 0 radian)

$$\text{Then } u = -[\mathbf{K}_1 \quad \mathbf{K}_{c1}] \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_c \end{bmatrix} \quad (24)$$

Aturan *Kontroler* ke-2:

If $x_2 = M_2$ ($\pm 0,3$ radian)

$$\text{Then } u = -[\mathbf{K}_2 \quad \mathbf{K}_{c2}] \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_c \end{bmatrix} \quad (25)$$

Aturan *Kontroler* ke-3:

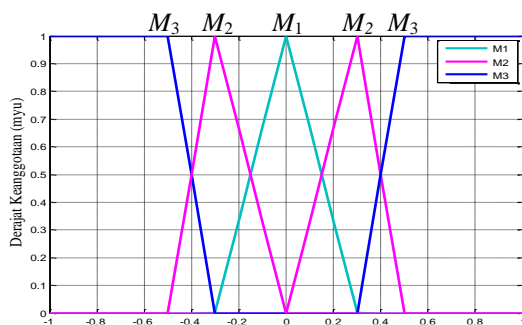
If $x_2 = M_3$ ($\pm 0,5$ radian)

$$\text{Then } u = -[\mathbf{K}_3 \quad \mathbf{K}_{c3}] \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_c \end{bmatrix} \quad (26)$$

Model *fuzzy* T-S terlihat lebih sederhana pada proses defuzzifikasi dengan menggunakan metode rerata berbobot (*weighted average*), karena metode rerata berbobot merupakan metode khusus yang dapat digunakan untuk model *fuzzy* T-S.

Gambar 4 menunjukkan fungsi keanggotaan *fuzzy* yang digunakan pada makalah ini. Fungsi keanggotaan yang dipilih adalah fungsi keanggotaan segitiga dan trapesium.

M_1 dan M_2 adalah fungsi keanggotaan segitiga dengan parameter fungsi keanggotaan segitiga $\{a;b;c\} = \{-0,3;0;0,3\}$ dan $\{0;0,3;0,5\}$, sedangkan M_3 adalah fungsi keanggotaan trapesium dengan parameter fungsi keanggotaan trapesium $\{a;b;c;d\} = \{0,3;0,5;2;1,57\}$.



Gambar 4 Fungsi Keanggotaan M_1 , M_2 dan M_3

IV. PENGUJIAN DAN ANALISIS

Setelah proses perancangan sistem dan *kontroler*, selanjutnya dilakukan proses simulasi dan implementasi.

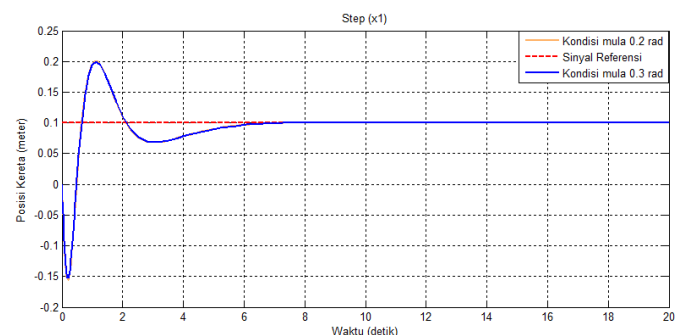
Simulasi sistem kontrol menggunakan perangkat lunak *Simulink/MATLAB* R2012. Model gaya gesek pada simulasi diabaikan karena nilai nya sangat kecil. Kondisi awal dari posisi pendulum sebesar 0,2 rad dan 0,3 rad. Kondisi awal tersebut terletak pada blok integrator pada sistem pendulum kereta. Sinyal referensi yang diberikan adalah sinyal *step*, *sinus*, dan *square-wave*.

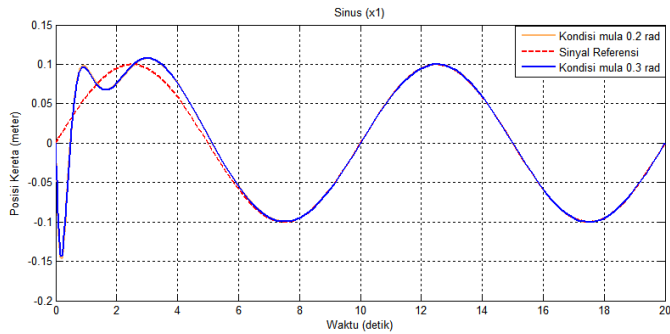
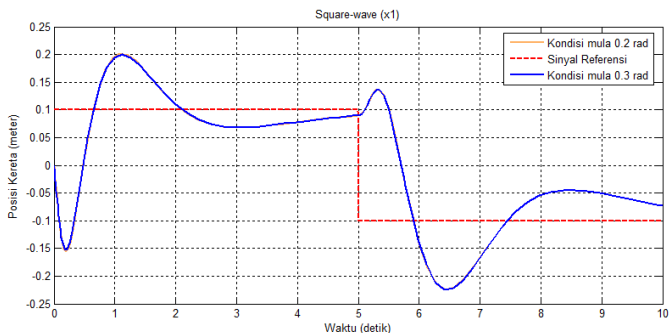
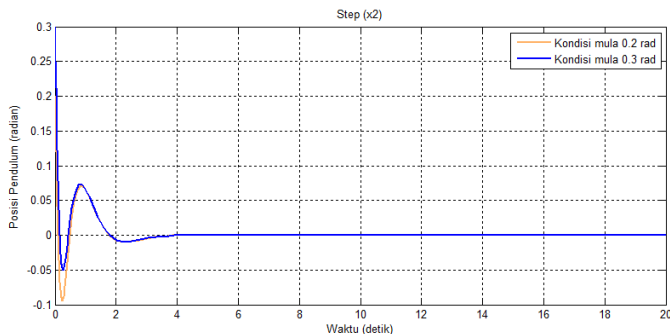
A. Simulasi

Sinyal *step* yang digunakan pada simulasi dapat ditemukan pada *library source* pada *Simulink*. Nilai kondisi awal yang disimulasikan yaitu 0,2 dan 0,3. Analisa yang dilakukan meliputi posisi kereta, posisi pendulum, dan sinyal kontrol. Hasil respon posisi kereta menggunakan sinyal referensi sinyal *step* dapat dilihat pada Gambar 5.

Gambar 5 menunjukkan respon posisi kereta dalam satuan meter, dengan membandingkan respon posisi kereta pada kondisi awal berbeda terhadap sinyal referensi dengan amplitudo 0,1 m dan frekuensi 0,1 Hz. Dalam menentukan karakteristik dari spesifikasi respon posisi kereta, posisi pendulum, dan sinyal kontrol bergantung pada kondisi awal dimana respon tersebut dimulai. Pada kondisi awal 0,2 respon posisi kereta memiliki nilai *overshoot* -0,16 meter, dan waktu yang dibutuhkan posisi kereta mampu mengikuti sinyal referensi sebesar 6 detik. Nilai *overshoot* respon posisi kereta lebih kecil yaitu -0,15 meter dan *overshoot* 0,19 meter didapatkan pada saat kondisi awal 0,3 dengan waktu posisi kereta dapat mengikuti sinyal referensi setelah 6 detik. Performansi *tracking* pada struktur kontrol hasil desain ini dapat dilihat bagaimana posisi kereta dapat mengikuti sinyal referensi dengan nilai *error* sekecil mungkin, pada pengujian dengan sinyal referensi *step* ini, performansi *tracking* didapatkan pada daerah *steady state* dari selisih sinyal referensi dengan hasil *absolute* respon *output* posisi kereta (*Integral Absolute Error*). Nilai IAE pada pengujian sinyal referensi *step* ini sebesar 0,845.

Hasil respon posisi kereta menggunakan sinyal referensi *sinus* dapat dilihat pada Gambar 6. Gambar 6 menunjukkan respon posisi kereta, dengan membandingkan respon posisi kereta pada kondisi awal berbeda. Pada kondisi awal 0,2 respon posisi kereta memiliki nilai *overshoot* -0,14 meter, dan waktu untuk posisi kereta dapat mengikuti sinyal referensi setelah 6 detik. Nilai *overshoot* respon posisi kereta lebih kecil yaitu -0,13 meter didapatkan pada saat kondisi awal 0,3 dengan waktu untuk posisi kereta dapat mengikuti sinyal referensi sama dengan pada kondisi 0,2 yaitu sebesar 6 detik. Performansi *tracking* dengan sinyal referensi *sinus* ini dihitung dengan *Integral Absolute Error* sebesar 0,1361.



Gambar 5 Posisi Kereta dengan Sinyal *Step*Gambar 6 Posisi Kereta dengan Sinyal *Sinus*Gambar 7 Posisi Kereta dengan Sinyal *Square-wave*

Gambar 8 Hasil Simulasi untuk Posisi Pendulum

Dalam sinyal *square-wave* terdapat *range* dan amplitudo yang membuat grafik sinyalnya pada posisi positif dan negatif. Hasil respon posisi kereta menggunakan sinyal referensi sinyal *square-wave* dapat dilihat pada Gambar 7. Respon posisi kereta yang ditunjukkan membandingkan respon posisi kereta pada kondisi awal berbeda. Pada kondisi awal 0,2 respon posisi kereta memiliki nilai *overshoot* -0,16 meter. Kondisi awal 0,3 memiliki spesifikasi *overshoot* -0,15 meter. Performansi *tracking* dapat dilihat dari nilai IAE, pada pengujian dengan sinyal referensi *square-wave* ini, didapatkan nilai IAE sebesar 2,094. Performansi *tracking* dengan sinyal referensi *sinus* lebih baik dibandingkan dengan sinyal referensi *step* dan *square-wave*, karena hasil *Integral Absolute Error* tersebut menunjukkan nilai *Integral Absolute Error* dengan sinyal referensi *sinus* lebih kecil dibandingkan sinyal referensi *step*. Struktur kontrol *tracking* yang baik adalah bagaimana membuat posisi kereta dapat mengikuti sinyal referensi seperti yang ditunjukkan pada Gambar 5, 6, dan 7 dan tetap mempertahankan posisi pendulum disekitar titik *equilibrium*-nya, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 8.

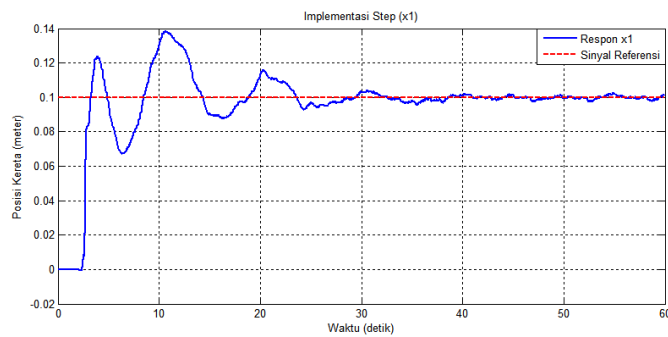
B. Implementasi

Pada tahap implementasi ini, dilakukan pada *plant* nyata sistem pendulum kereta “*Feedback Digital Pendulum System*” dengan bantuan *Simulink* MATLAB. Alat *real* memiliki karakteristik gesekan pada bidang lintasan yang dinamis, sehingga kecepatan pendulum dan kecepatan kereta menjadi dinamis. Untuk meminimalisir terjadinya kerusakan alat pada AO card PCI 1711 atau *plant* sistem pendulum kereta, demi keamanan untuk tahap implementasi ini, sinyal kontrol yang dikirim ke sistem pendulum kereta *real* dibatasi $\pm 1,5$ Volt. Pemberian kondisi awal pada sudut pendulum ini dilakukan secara manual. Untuk sinyal referensi yang berikan berupa sinyal *step* dan *sinus*. Diamati dari pengujian simulasi dan implementasi dapat terlihat bahwa terdapat perbedaan pada hasil responnya, ini disebabkan saat implementasi penentuan kondisi mula dari posisi pendulum dilakukan secara manual, sehingga perbandingan posisi pendulum dapat dipengaruhi oleh *noise* pengukuran dari sensornya. Selain itu pula pada *plant real* kecepatan kereta dan kecepatan pendulum juga dapat mempengaruhi posisi kereta dan juga posisi pendulum, karena gesekan bidang lintasan yang dinamis.

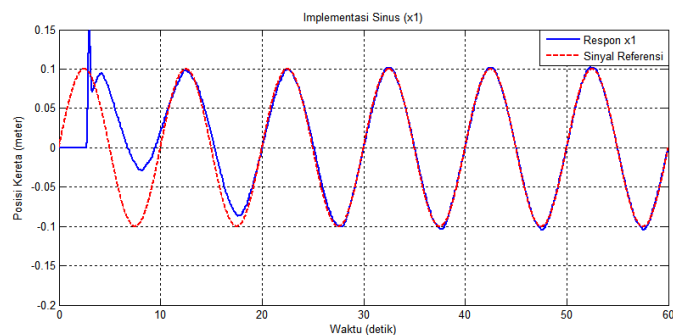
Implementasi dilakukan untuk mengetahui pengaruh dari perancangan sistem kontrol yang sudah dibuat untuk diaplikasikan pada *plant* nyata sistem pendulum kereta dengan kondisi awal yang berbeda. Gambar 9 menunjukkan respon posisi kereta dengan sinyal referensi *step*. Posisi kereta dapat mengikuti sinyal referensi, dengan nilai *overshoot* 0,0005 meter. Terlihat pada Gambar 9 respon posisi kereta mulai dapat mempertahankan posisinya di posisi 0,1 meter membutuhkan waktu 30 detik, dengan kisaran osilasi $\pm 0,07$ meter/detik. Performansi *tracking* untuk pengujian secara implementasi menggunakan sinyal referensi *step* ini didapatkan nilai IAE sebesar 0,845.

Nilai referensi posisi kereta pada implementasi dengan sinyal *sinus* sama seperti pengujian sebelumnya yaitu 0,1 meter. Gambar 10 menunjukkan respon posisi kereta tidak terdapat *overshoot* dengan waktu untuk posisi kereta dapat mengikuti sinyal referensi sebesar 19 detik. Performansi *tracking* untuk pengujian secara implementasi menggunakan sinyal referensi *sinus* ini menghasilkan nilai IAE sebesar 0,8477.

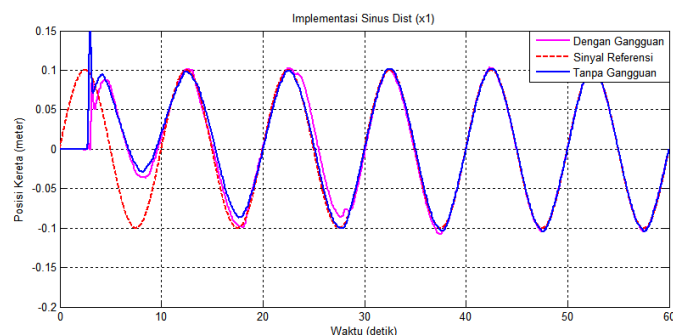
Respon posisi kereta dengan sinyal referensi *sinus* tanpa gangguan dan dengan gangguan ditunjukkan pada Gambar 11. Pada hasil respon posisi kereta dengan gangguan tersebut terlihat tidak terjadi *overshoot* dengan waktu yang dibutuhkan untuk posisi kereta dapat mengikuti sinyal referensi sebesar 19 detik. Terlihat jelas pada interval waktu 23 detik dan 28 detik, terdapat gangguan yang menyebabkan posisi kereta tidak dapat mengikuti sinyal referensi pada interval waktu gangguan tersebut, interval waktu ini sesuai karena masih masuk dalam *range* dari sinyal gangguan yang diberikan. Performansi *tracking* untuk posisi kereta pada pengujian secara implementasi menggunakan sinyal referensi *sinus* dengan gangguan ini didapatkan nilai IAE sebesar 0,9082. Pada pengujian secara implementasi ini dibuktikan bahwa posisi kereta dapat mengikuti sinyal referensi seperti yang ditunjukkan pada Gambar 9, 10, 11 dan 12 dengan tetap mempertahankan posisi pendulum disekitar titik *equilibrium*nya seperti yang ditunjukkan pada Gambar 12.



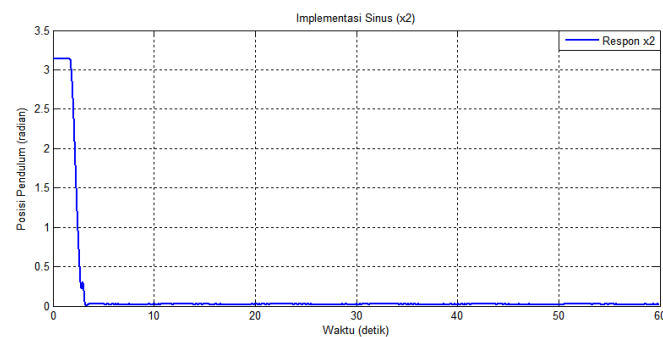
Gambar 9 Hasil Implementasi Sinyal Step untuk Posisi Kereta



Gambar 10 Hasil Implementasi Sinyal Sinus untuk Posisi Kereta



Gambar 11 Hasil Implementasi Sinyal Sinus dengan Gangguan untuk Posisi Kereta



Gambar 12. Hasil Implementasi untuk Posisi Pendulum

V. KESIMPULAN

Membuat sesuatu yang kompleks menjadi sederhana merupakan salah satu cara berfikir sistem, ini terkait dengan pemahaman dari pembahasan yang terkait, tentunya jika dapat menguasai kemampuan secara teknis dipadu dengan cara berfikir sistem akan menjadi sesuatu yang lengkap dalam penelitian ini. Pada hasil pengujian dari simulasi dan implementasi ini dapat diambil beberapa poin penting tentang

sistem kontrol *tracking fuzzy* menggunakan model *following* pada sistem pendulum kereta, kesimpulannya sebagai berikut:

1. Struktur kontrol *tracking fuzzy* menggunakan model *following* ini memiliki kelebihan dapat digunakan untuk tiga sinyal referensi yaitu sinyal *step*, *sinus*, dan *square-wave* tanpa adanya beda fasa terjadi antara sinyal referensi terhadap posisi kereta.
2. Dalam penentuan nilai pembobot matriks Q dan R , didapatkan dengan *trial and error*. Terdapat ketentuan-ketentuan dalam pemilihan pembobot tersebut, yaitu nilai sinyal kontrol yang tidak melebihi 200 N, *eigen value* yang didapatkan minimal -1.
3. Pada pengujian simulasi dan implementasi menunjukkan bahwa posisi kereta dapat mengikuti sinyal referensi yang diberikan dengan tetap mempertahankan sudut pendulum disekitar titik equilibriumnya.
4. Sinyal referensi *sinus* memberikan performansi *tracking* terbaik, dengan *Integral Absolute Error* (IAE) terkecil diantara sinyal referensi lain, yaitu pada simulasi sebesar 0,2622 dan pada implementasi sebesar 0,8477.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Adenia, Rahma, "Kontrol Tracking Fuzzy-Optimal untuk Sistem Pendulum Kereta". *Tugas Akhir Teknik Elektro ITS*, Surabaya, 2013
- [2] Luthfi A., "Kontrol Tracking Optimal untuk Robot Pendulum Terbalik Beroda Dua," *Tugas Akhir Teknik Elektro ITS*, Surabaya, 2016
- [3] Feedback Instruments Ltd, "Digital Pendulum: Control in a MATLAB Environment (MATLAB 6.5 Version)", 2004